



Программа конференции

**Современные
проблемы
математики
и её приложений**

28-29 апреля 2023

Всероссийская конференция

«Современные проблемы математики и ее приложений»,

посвященная 60-летию чл.-корр. РАН Андрея Юрьевича Веснина

Организационный комитет конференции

Председатель оргкомитета:

Л.В. Гензе Томский государственный университет

Заместитель председателя оргкомитета:

Т.А. Козловская Томский государственный университет

Члены оргкомитета:

А.А. Барт Томский государственный университет

А.С. Челнокова Томский государственный университет

В программу конференции включены доклады, принятые организационным комитетом для участия во всероссийской конференции «Современные проблемы математики и ее приложений».

Конференция организована за счет средств субсидии Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-02-2023-943).

Web-сайт: <https://nomc.math.tsu.ru/uchenym-i-studentam/conf/sovremennye-problemy-matematiki-i-ee-prilozheniy/>

© Томский государственный университет, 2023

© Авторы статей, 2023

Место проведения конференции:

28 апреля – Конференц-зал Научной библиотеки ТГУ (пр. Ленина, 34а, вход через старое здание библиотеки)

29 апреля – 302 аудитория второго учебного корпуса ТГУ (пр. Ленина, 36, корп. 2)

Ссылка для подключения Zoom: <https://us06web.zoom.us/j/85260420365>, код доступа: 249666

	28 апреля пятница	29 апреля суббота
09:00–9:30	Регистрация	
09:30–10:00	Открытие	
10:00–10:40	В.М. Бухштабер	И.А. Дынников
10:45–11:25	А.А. Гайфуллин	Е.А. Турилова
11:25-11:45	Кофе-брейк	
11.45-12.25	А.Е. Миронов	А.В. Васильев
12.30-13.10	А.К. Цих	О.А. Починка
13.10-14.30	Обед (кафе «Библиотека»)	
14.30-15.10	М.А. Гузев	А.В. Малютин
15.15-15.55	Д.В. Талалаев	Е.В. Константинова
15.55-16.15	Кофе-брейк	
16.15-16.55	Д.В. Миллионщиков	Е.А. Фоминых
19.00	Ужин	

28 апреля (пятница)	
09:00–9:30	Регистрация
09:30–10:00	Открытие
10:00–10:40	В.М. Бухштабер Циклические n -значные группы
10:45–11:25	А.А. Гайфуллин Триангуляции многообразий, похожих на проективные плоскости
11:25–11:45	Кофе-брейк
11.45–12.25	А.Е. Миронов Об уравнениях для интегрируемых бильярдных столов
12.30–13.10	А.К. Цих Логарифмическое отображение Гаусса и его применения
13.10–14.30	Обед (кафе «Библиотека»)
14.30–15.10	М.А. Гузев Функция напряжения Эйри неевклидовой модели сплошной среды
15.15–15.55	Д.В. Талалаев Полиномиальные инварианты графов и полная положительность
15.55–16.15	Кофе-брейк
16.15–16.55	Д.В. Миллионщиков Комбинаторика универсальных обертывающих алгебр Ли в задачах математической физики
19.00	Ужин

ЦИКЛИЧЕСКИЕ n -ЗНАЧНЫЕ ГРУППЫ

В.М. Бухштабер

*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва
Международная лаборатория алгебраической топологии и её приложений
Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики», Москва*

В теории и в приложениях n -значных групп важную роль играют группы, порождённые одним элементом, так называемые циклические n -значные группы. Проблема классификации циклических n -значных групп оказалась многоплановой и в настоящее время далека от полного решения. Она тесно связана с проблемой интегрируемости динамических систем дискретного времени и другими известными проблемами.

В первой части доклада будет дано введение в общую теорию n -значных групп и приведены их ключевые конструкции. Во второй части доклада мы обсудим конструкции циклических n -значных групп, использующие фундаментальные классические и современные результаты нескольких разделов математики.

В центре внимания будут наши результаты с А.Ю. Весниным, полученные недавно на основе теории циклически определённых групп и её геометрических приложений.

Литература:

[1] V.M. Buchstaber « n -valued groups: theory and applications», *Moscow Math. J.*, 6:1 (2006), 57–84.

[2] В.М. Бухштабер, А.П. Веселов, А.А. Гайфуллин «Классификация инволютивных коммутативных двузначных групп», *УМН*, 77:4 (466) (2022), 91–172.

ТРИАНГУЛЯЦИИ МНОГООБРАЗИЙ, ПОХОЖИХ НА ПРОЕКТИВНЫЕ ПЛОСКОСТИ

А.А. Гайфуллин

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Сколковский институт науки и технологий, Москва

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

В 1987 году У. Брем и В. Кюнель доказали следующую оценку: всякая триангуляция замкнутого d -мерного многообразия, отличного от сферы, имеет не менее $3d/2 + 3$ вершин. Более того, триангуляции, имеющие ровно $3d/2 + 3$ вершины, могут существовать лишь при $d = 2, 4, 8$ и 16 и лишь для очень специальных многообразий, а именно для так называемых *многообразий, похожих на проективные плоскости*. При этом если в размерностях $2, 4$ и 8 такие триангуляции были известны (6-вершинная триангуляция вещественной проективной плоскости, 9-вершинная триангуляция Кюнеля комплексной проективной плоскости и три 15-вершинные триангуляции Брема-Кюнеля кватернионной проективной плоскости), то в размерности 16 до недавнего времени вопрос о существовании 27-вершинных триангуляций многообразий, отличных от сферы, был открыт. В докладе будут построены первые примеры таких триангуляций.

ОБ УРАВНЕНИЯХ ДЛЯ ИНТЕГРИРУЕМЫХ БИЛЬЯРДНЫХ СТОЛОВ

А.Е. Миронов

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В докладе будет рассказано о методе нахождения дифференциальных уравнений на первые интегралы интегрируемых бильярдов. Мы применяем этот метод для исследования проволочного бильярда (wire billiards), для нахождения поверхностей в \mathbb{R}^3 с (локальным) первым бильярдным интегралом и для нахождения кусочно-гладкой поверхности, гомеоморфной тору, с двумя независимыми первыми бильярдными интегралами.

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ГАУССА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

А.К. Цих, К.Х. Фан

*Институт математики и фундаментальной информатики
Сибирского федерального университета, Красноярск*

Логарифмическое отображение Гаусса γ определяется для комплексных аналитических подмножеств V комплексных многообразий. Сходство с обычным отображением Гаусса для вещественных ориентируемых гиперповерхностей состоит в том, что ортогональный в точке $z \in V$ объект $\gamma(z)$ приписывается в логарифмической шкале. При этом, поскольку вещественная коразмерность комплексной гиперповерхности равна 2, значение $\gamma(z)$ – суть комплексная прямая, ортогональная логарифмическому образу $Log(V)$. Таким образом, для комплексных гиперповерхностей (т.е. в коразмерности 1) γ принимает значения в комплексном проективном пространстве. В коразмерности k отображение γ принимает значения в подходящем грассманиане k -мерных подпространств.

В коразмерности 1 отображение γ было введено в статье М. Капранова (1991) для характеристики A -дискриминантных алгебраических множеств. В статье И. Антиповой и А. Циха (2012) логарифмическое отображение Гаусса использовалось для параметризаций $\{A_1, \dots, A_n\}$ - дискриминантных множеств. В докладе предполагается изложить применение концепции логарифмического отображения Гаусса в теории дискриминантов, а также их функциями гипергеометрического типа, в частности, к вычислению областей сходимости степенных рядов для указанных функций.

Результаты получены при поддержке Красноярского математического центра (Соглашение № 075-02-2023-936).

ФУНКЦИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ЭЙРИ НЕЕВКЛИДОВОЙ МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

М.А. Гузев

*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
Пермский национальный исследовательский политехнический
университет, Пермь*

В классической теории упругости метод функции напряжения Эйри хорошо известен для исследования механического состояния сплошной среды. Получение уравнения для функции напряжения предполагает использование условия совместности Сен-Венана для деформаций. С математической точки зрения оно означает, что внутренняя геометрия материала совпадает с евклидовой геометрией пространства наблюдателя. В докладе для неевклидовой модели сплошной среды введена функция напряжений Эйри. Для нее получено неоднородное бигармоническое уравнение, правая часть которого определяется несовместностью деформаций. Построены решения для функции напряжений Эйри. Полученные теоретические результаты используются для анализа экспериментальных данных по исследованию остаточных напряжений в материалах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 22-19-00447.

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ГРАФОВ И ПОЛНАЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОСТЬ

Д.В. Талалаев

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль*

В докладе пойдет речь о таких инвариантах графов, как потоковый, хроматический полиномы и их обобщения. Данные полиномы тесно связаны с задачами точно-решаемых моделей статистической физики, в том числе с моделью Изинга, и таким образом связаны с областью кластерных многообразий и пространств полностью положительных матриц. С другой стороны, данные полиномы имеют свойство логарифмической вогнутости, которое тоже тесным образом связано с понятием Теплицевой и Ганкелевой полной положительности. Я расскажу о связи этих аспектов теории полиномиальных инвариантов графов, а также о приложении критериев полной положительности в задаче описания устойчивых полиномов.

Доклад основан на нескольких совместных работах с Б. Бычковым, А. Казаковым, Э. Лернером и С. Мухамеджановой.

КОМБИНАТОРИКА УНИВЕРСАЛЬНЫХ ОБЕРТЫВАЮЩИХ АЛГЕБР ЛИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Д.В. Миллионщиков

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва
Российский государственный университет нефти и газа
им. И.М. Губкина, Москва
Северо-Западный центр математических исследований имени Софьи
Ковалевской, Псковский государственный университет, Псков

Доклад будет посвящен трем циклам исследований, связанных с комбинаторными задачами в теории универсальных обертывающих алгебр Ли: 1) теория модулей Верма над алгеброй Вирасоро [1]; 2) высшие симметрии гиперболических уравнений типа Клейна-Гордона [2,3,4]; 3) операторная каноническая теория возмущений Ван Флека в молекулярной лазерной спектроскопии высокого разрешения [5,6].

Литература:

[1] Д.В. Миллионщиков «Особые векторы модулей Верма над алгеброй Вирасоро», *Функц. анализ и его прил.*, 50:3 (2016), 66–72.

[2] D. Millionshchikov «Lie Algebras of Slow Growth and Klein–Gordon PDE», *Algebras Represent. Theory.*, 21:5 (2018), 1037–1069.

[3] Д.В. Миллионщиков «Характеристические алгебры Ли уравнений синус-Гордона и Цицейки», *УМН*, 72:6(438) (2017), 203–204.

[4] Д.В. Миллионщиков, С.В. Смирнов «Характеристические алгебры и интегрируемые системы экспоненциального типа», *Уфимск. матем. журн.*, 13:2 (2021), 44–73.

[5] Chang Xuanhao, I. Efremov, D. Millionshchikov, S. Krasnoshchekov «Normal ordering of the $su(1,1)$ ladder operators for the quasi-number states of the Morse oscillator», *Phys. lett., A.*, 384 (2020), 1–8.

[6] Chang Xuanhao, S. Krasnoshchekov, V. Pupyshv, D. Millionshchikov «Normal Ordering of the Angular Momentum Cylindrical Ladder Operators and their Products with Wigner D-functions», *J. Chem. Phys.*, (2023), <https://doi.org/10.1063/5.0142809>

29 апреля (суббота)	
10:00–10:40	И.А. Дынников Прямоугольные диаграммы тугих слоений
10:45–11:25	Е.А. Турилова Симметрии C^* -алгебр и йордановы морфизмы
11:25–11:45	Кофе-брейк
11.45–12.25	А.В. Васильев Порядки элементов и проблема изоморфизма групп
12.30–13.10	О.А. Починка Локальные динамические инварианты, отвечающие за глобальные свойства несущего многообразия
13.10–14.30	Обед (кафе «Библиотека»)
14.30–15.10	А.В. Малютин Количество узлов, обобщение теоремы Артина и расслоения Бирман–Хильдена
15.15–15.55	Е.В. Константинова Целочисленные графы
15.55–16.15	Кофе-брейк
16.15–16.55	Е.А. Фоминых Минимальность идеальных триангуляций с тремя ребрами

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ ТУГИХ СЛОЕНИЙ

И.А. Дынников

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

В 1980-х годах Дэвид Габай доказал, что дополнение к каждому неразводимому зацеплению допускает структуру тугого слоения конечной глубины, причем любая данная поверхность Зейферта наименьшего рода может быть взята за его компактный слой. Для построения таких слоений используется техника либо иерархий прошитых многообразий, либо ветвящихся поверхностей. И то, и другое описывается достаточно сложно и, как правило, путем задания структуры отдельных частей и способа их склейки.

Совместно с моим студентом М. Чернавских мы разработали способ кодировать тугое слоение конечной глубины с помощью специальных диаграмм, которые позволяют описать его целиком, следуя простым правилам. Мы надеемся применить наш формализм для построения эффективных алгоритмов нахождения тугих слоений конечной глубины, что позволило бы, например, эффективно вычислять род узла, а также для развития подхода к распознаванию узлов с помощью монотонного упрощения.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00299.

СИММЕТРИИ C^* -АЛГЕБР И ЙОРДАНОВЫ МОРФИЗМЫ

Е.А. Турилова

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань

В симметриях различных структур, связанных с C^* -алгебрами, закодирована важная информация о строении самих алгебр. Интересным является тот факт, что в совершенно различных ситуациях эти симметрии реализуются йордановыми $*$ -изоморфизмами и приводят к полным йордановым инвариантам. В этом отношении изучаются следующие структуры: одномерные ортопроекторы в гильбертовых пространствах с вероятностями перехода и ортогональностью (теоремы типа Вигнера), решетки ортопроекторов алгебр фон Неймана и AW^* -алгебр (теоремы типа Дайя), абелевы C^* -подалгебры, упорядоченные по включению (программа борификации в квантовой теории).

ПОРЯДКИ ЭЛЕМЕНТОВ И ПРОБЛЕМА ИЗОМОРФИЗМА ГРУПП

А.В. Васильев

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

С алгоритмической точки зрения, проблема изоморфизма конечных групп состоит в нахождении наиболее эффективного алгоритма проверки изоморфизма двух данных конечных групп, заданных их таблицами Кэли (таблицами умножения). В настоящий момент время работы лучших из предложенных алгоритмов остается по существу экспоненциальным. Недавно в работах Й. Брахтера и П. Швейцера было предложено использовать здесь многомерный алгоритм Вейсфейлера – Лемана (WL-алгоритм). Наиболее существенный результат, который им удалось получить на этом пути, состоит в том, что группы, которые не различимы с помощью 5-мерного WL-алгоритма, должны иметь изоморфные композиционные ряды. Одним из основных составляющих этого результата является следующая теорема, полученная в 2009 году автором доклада совместно с М.А. Гречксоевой и В.Д. Мазуровым: конечная простая группа и произвольная конечная группа, имеющие одинаковые порядки и одинаковые множества порядков элементов, изоморфны. В докладе мы расскажем об этом и других приложениях указанного результата, а также поговорим о его усилениях и обобщениях.

ЛОКАЛЬНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ, ОТВЕЧАЮЩИЕ ЗА ГЛОБАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕСУЩЕГО МНОГООБРАЗИЯ

О.В. Починка

*Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород*

Основной целью доклада является выделение локальных инвариантов динамической системы, отвечающих за глобальные свойства несущего многообразия. Предполагается сконцентрироваться на изучении регулярных динамических систем, то есть потоков или каскадов, неблуждающее множество которых состоит из конечного числа гиперболических неподвижных точек. Хорошо известно, что такие системы существуют на любых замкнутых многообразиях. Возникает естественный вопрос: что можно сказать о топологии несущего многообразия регулярной динамической системы, зная структуру ее неблуждающего множества. Классическим примером исчерпывающего ответа на поставленный вопрос являются системы ровно с двумя точками экстремальных индексов Морса. В этом случае из теоремы Рибба следует, что несущее многообразие гомеоморфно n -сфере. Другим ярким примером следования глобальных свойств из локальных является равенство альтернированной сумме числа точек различных индексов Морса эйлеровой характеристики поверхности. Для потоков это следует из классической теоремы Пуанкаре-Хопфа, для каскадов из существования энергетической функции Морса, доказанной Пикстоном, и неравенств Морса. В размерности 3 подобное равенство также имеет место, однако эйлерова характеристика всех замкнутых ориентируемых многообразий равна нулю и, соответственно, оно не проливает никакого света на топологию несущего пространства. В докладе речь пойдет о связи периодических данных 3-диффеоморфизма с родом разбиения Хегора 3-многообразия, на котором он задан.

Эта работа поддержана грантом № 075-15-2022-1101 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

КОЛИЧЕСТВО УЗЛОВ, ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМЫ АРТИНА И РАССЛОЕНИЯ БИРМАН–ХИЛЬДЕНА

А.В. Малютин

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Доклад посвящен цепочке новых наглядных результатов из смежных подобластей маломерной топологии и тому, как эти результаты последовательно вытекают друг из друга. Один из результатов цепочки утверждает, что при $k > 4$ число простых узлов, дуговой индекс которых не превышает k , составляет по меньшей мере x^x , где $x = k/22$. Другой результат обобщает теорему Артина об изотопности замкнутых кос. Третий утверждает, что у каждого связного компактного трехмерного многообразия, локально тривиально расслоенного над окружностью, изотопные послойные автогомеоморфизмы еще и послойно изотопны.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00299).

ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ ГРАФЫ

Е.В. Константинова

Институт математики им. С.Л. Соболева, Новосибирск

Граф называется целочисленным, если все собственные значения его матрицы смежности являются целыми числами. В докладе даётся анализ текущего состояния современных исследований в рамках открытой задачи характеристики целочисленных графов. Постановка задачи восходит к пионерской работе Ф. Харари и А. Швенка [1], в которой авторы впервые задавались вопросом о существовании целочисленных графов [1]. Н. Алон с соавторами показали [2], что вероятность появления целочисленных графов с n вершинами не превышает величины $2^{-\frac{n}{400}}$. Первые результаты по характеристике целочисленных графов были получены для регулярных графов: среди кубических графов существует всего 13 целочисленных графов, а для 4-регулярных графов их полная характеристика в настоящий момент неизвестна, но известно, что в этом классе графов существуют целочисленные графы и мультиграфы диаграмм узлов с числом пересечений не более десяти. В докладе также обсуждается целочисленность деревьев, вершинно-транзитивных графов и графов Кэли. В частности, для графов Кэли на симметрической группе приводятся примеры целочисленных семейств графов и показывается связь с теорией представлений симметрической группы [3,4].

Литература:

[1] F. Harary, A.J. Schwenk «Which graphs have integral spectra?», *Graphs and Combinatorics*, 390 (1974), 45–51.

[2] O. Ahmadi, N. Alon, I.F. Blake, I.E. Shparlinski «Graphs with integral spectrum», *Linear Algebra Appl.*, 430(1) (2009), 547–552.

[3] E.V. Konstantinova, A. Kravchuk «Spectrum of the Transposition graph», *Linear Algebra Appl.*, 654 (2022), 379–389.

[4] E. Khomyakova, E.V. Konstantinova «Catalogue of the Star graph eigenvalue multiplicities», *Arab. J. Math.*, 10 (2021), 115–119.

МИНИМАЛЬНОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ ТРИАНГУЛЯЦИЙ С ТРЕМЯ РЕБРАМИ

Е.А. Фоминых

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
Санкт-Петербургское отделение Математического института
им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербург*

В докладе мы обсудим следующую теорему. Пусть M – компактное трехмерное многообразие с непустым краем, имеющее специальный спайн P с тремя 2-компонентами, причем P содержит ровно один собственный простой подполиэдр R . Тогда, если число $V(R)$ истинных вершин в полиэдре R меньше $n - 4$, то спайн P многообразия M минимален. Заметим, что ограничение $V(R) < n - 4$ довольно слабое, то есть почти все спайны данного класса минимальны. Это утверждение позволяет описать бесконечное семейство минимальных идеальных триангуляций с тремя ребрами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00747, <https://rscf.ru/project/22-21-00747/>.

Список докладчиков

Бухштабер Виктор Матвеевич	Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва Международная лаборатория алгебраической топологии и её приложений Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Москва	buchstab@mi-ras.ru
Васильев Андрей Викторович	Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск Новосибирский государственный университет, Новосибирск	vasand@math.nsc.ru
Гайфуллин Александр Александрович	Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва Сколковский институт науки и технологий, Москва Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва	agaif@mi-ras.ru
Гузев Михаил Александрович	Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь	guzev@iam.dvo.ru
Дынников Иван Алексеевич	Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва	dynnikov@mech.math.msu.su
Константинова Елена Валентиновна	Институт математики им. С.Л. Соболева, Новосибирск	e_konsta@math.nsc.ru
Малютин Андрей Валерьевич	Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва	andreymalyutin@gmail.com
Миллионщиков Дмитрий Владимирович	Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва Северо-Западный центр математических исследований имени	mitia_m@hotmail.com

	Софьи Ковалевской, Псковский государственный университет, Псков	
Миронов Андрей Евгеньевич	Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск	mironov@math.nsc.ru
Починка Ольга Витальевна	Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород	opochinka@hse.ru
Талалаев Дмитрий Валерьевич	Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль	dtalalaev@yandex.ru
Турилова Екатерина Александровна	Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань	ekaterina.turilova@kpfu.ru
Фоминых Евгений Анатольевич	Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург	efominykh@gmail.com
Цих Август Карлович	Институт математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета, Красноярск	atsikh51@gmail.com

Для заметок:

