

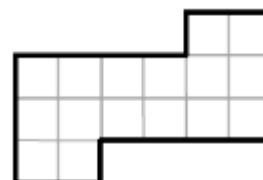
Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике

2020-2021 учебный год

5 класс

1. Таня делила с остатком число 120 поочередно на все однозначные натуральные числа. Среди них нашлось два числа, при делении на которые получались ненулевые остатки. Какой остаток получит Таня, если разделит 120 на сумму этих чисел?

2. Из тетрадного листа бумаги в клеточку вырезали фигуру, изображенную на рисунке. Покажите, как эту фигуру можно разрезать на две равные части и затем составить из получившихся частей квадрат. Разрезать можно только вдоль линий сетки, разрез не обязан быть прямолинейным.



3. В соревновании по армрестлингу участвовали три спортсмена из Томска и два из Северска. В каждом туре боролись томич и северчанин. Сначала Михаил проиграл Андрею, затем Степан выиграл у Николая, а Андрей – у Олега, и, наконец, Олег проиграл Степану. Кто из спортсменов живёт в Томске? Ответ обоснуйте.

4. Можно ли с помощью песочных часов на 27 минут и 49 минут отмерить ровно 100 минут подряд? Начало промежутка в 100 минут может не совпадать с первым запуском часов; песок сыпется равномерно, вначале в каждом часах одна из половинок должна быть пустой.

Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике

2020-2021 учебный год

5 класс

Решения

1. Таня делила с остатком число 120 поочередно на все однозначные натуральные числа. Среди них нашлось два числа, при делении на которые получались ненулевые остатки. Какой остаток получит Таня, если разделит 120 на сумму этих чисел?

Ответ: 8.

Решение. Перебором всех однозначных чисел убеждаемся, что 120 делится без остатка на 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 8, и только при делении на 7 и на 9 получаются ненулевые остатки. Значит, требует найти остаток при делении 120 на $7 + 9 = 16$. Этот остаток равен 8.

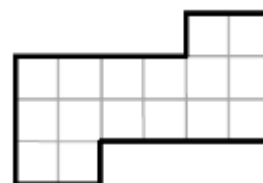
Критерии проверки.

Правильно определены числа 7 и 9, при делении на которые получаются ненулевые остатки, при этом дальнейшие продвижения отсутствуют, – 5 баллов.

Правильно определены числа 7 и 9, при делении на которые получаются ненулевые остатки, и верно найден остаток при делении на 16 – 7 баллов

За каждую арифметическую ошибку – снимаем 1 балл.

2. Из тетрадного листа бумаги в клеточку вырезали фигуру, изображенную на рисунке. Покажите, как эту фигуру можно разрезать на две равные части и затем составить из получившихся частей квадрат. Разрезать можно только вдоль линий сетки, разрез не обязан быть прямолинейным.



Решение. Если разрезать данную фигуру по линии, проведенной на рисунке 1, то получим две равные части, из которых можно сложить квадрат так, как показано на рисунке 2.

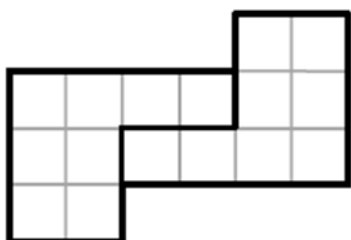


Рисунок 1

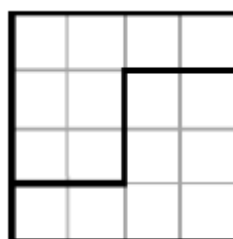


Рисунок 2

Критерии проверки.

Верно показан разрез, но не показано, как составлен квадрат, – 4 балла.

Верно показан разрез и показано, как составлен квадрат, – 7 баллов.

3. В соревновании по армрестлингу участвовали три спортсмена из Томска и два из Северска. В каждом туре боролись томич и северчанин. Сначала Михаил проиграл Андрею, затем Степан выиграл у Николая, а Андрей – у Олега, и, наконец, Олег проиграл Степану. Кто из спортсменов живёт в Томске? Ответ обоснуйте.

Ответ. Михаил, Олег, Николай.

Решение. Так как Андрей боролся с Михаилом и с Олегом, то Михаил и Олег живут в одном городе (обозначим X). Аналогично, так как Олег боролся с Андреем и Степаном, то Андрей и Степан живут в одном городе (обозначим Y). При этом, города X и Y разные, поскольку в соревновании не было четырех спортсменов из одного города.

Осталось заметить, что Степан и Николай живут в разных городах. Значит, Андрей и Степан живут в Северске, а Михаил, Олег и Николай – в Томске.

Критерии проверки.

Верный ответ без обоснования – 0 баллов.

Показано, что как Михаил и Олег, так и Андрей и Степан, живут в одном городе, при этом дальнейшие продвижения отсутствуют – 3 балла.

Показано, что Михаил, Олег и Николай живут в одном городе, при этом дальнейшие продвижения отсутствуют – 5 баллов.

Показано, что Михаил, Олег и Николай живут в Томске – 7 баллов.

4. Можно ли с помощью песочных часов на 27 минут и 49 минут отмерить ровно 100 минут подряд? Начало промежутка в 100 минут может не совпадать с первым запуском часов; песок сыпется равномерно, вначале в каждом часах одна из половинок должна быть пустой.

Ответ. Да.

Решение. Заметим, что $2 \cdot 27 - 49 = 5$. Домножив это равенство на 20, получим $40 \cdot 27 - 20 \cdot 49 = 100$. Значит, если запустить песочные часы одновременно, то промежуток после 20 отсчетов времени часами на 49 минут и до 40 отсчетов времени часами на 27 минут в точности будет равняться 100 минутам.

Критерии проверки.

Верно записано равенство вида $27n + 49m = 100$ при некоторых целых n и m , но нет описания алгоритма измерения 100 минут – 6 баллов.

Верно описан алгоритм измерения 100 минут – 7 баллов.