

## Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике

2020-2021 учебный год

6 класс

1. Таня делила с остатком число 252 поочередно на все однозначные натуральные числа. Среди них нашлось два числа, при делении на которые получались положительные остатки. Какой остаток получит Таня, если разделит 252 на утроенную сумму этих чисел?

2. У плотника имеется квадратная деревянная пластина. Покажите, как ему распилить эту пластину на несколько частей так, чтобы из этих частей он мог составить две одинаковые квадратные пластины меньшего размера (без зазоров и наложений). Распилы можно проводить только прямолинейные. Вся исходная пластина должна быть использована.

3. Мама купила рассеянному сыну три одинаковые пары варежек. Он их разложил в три куртки: в одну – две левые варежки, в другую – две правые, а оставшуюся пару варежек – в третью куртку (левая и правая варежки отличаются). Также к каждой куртке он прикрепил по листку с надписями: «левая-левая», «правая-правая», «левая-правая», но случайно перепутал эти листки так, что теперь каждый из них неправильно указывает набор варежек. Какое наименьшее число варежек и из каких курток надо вытащить, чтобы точно узнать наборы варежек в каждой куртке? Ответ обоснуйте.

4. Можно ли с помощью песочных часов на 36 минут и 65 минут отмерить ровно 1000 минут подряд? Начало промежутка в 1000 минут может не совпадать с первым запуском часов; песок сыпется равномерно, вначале в каждом часе одна из половинок должна быть пустой.

## Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике

2020-2021 учебный год

6 класс

### Решения

1. Таня делила с остатком число 252 поочередно на все однозначные натуральные числа. Среди них нашлось два числа, при делении на которые получались положительные остатки. Какой остаток получит Таня, если разделит 252 на утроенную сумму этих чисел?

**Ответ:** 18.

**Решение.** Перебором всех однозначных чисел убеждаемся, что 252 делится без остатка на 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9, и только при делении на 5 и на 8 получаются положительные остатки. Значит, требует найти остаток при делении 252 на  $3 \cdot (5 + 8) = 39$ . Это остаток равен 18.

#### Критерии проверки.

Правильно определены числа 5 и 8, при делении на которые получаются ненулевые остатки, при этом дальнейшие продвижения отсутствуют, – 5 баллов.

Правильно определены числа 5 и 8, при делении на которые получаются ненулевые остатки, и верно найден остаток при делении на 39 – 7 баллов

За каждую арифметическую ошибку – снимаем 1 балл.

2. У плотника имеется квадратная деревянная пластина. Покажите, как ему распилить эту пластину на несколько частей так, чтобы из этих частей он мог составить две одинаковые квадратные пластины меньшего размера (без зазоров и наложений). Распилы можно проводить только прямолинейные. Вся исходная пластина должна быть использована.

**Решение.** Плотнику достаточно провести два распила по диагоналям квадратной пластины. Получится 4 одинаковых треугольника. Каждая пара этих треугольников образует квадрат.

#### Критерии проверки.

Верно показаны разрезы исходной пластины, но не объяснено, как составить две меньшие пластины, – 5 баллов.

Верно показаны разрезы исходной пластины и объяснено, как составить две меньшие пластины, – 7 баллов.

3. Мама купила рассеянному сыну три одинаковые пары варежек. Он их разложил в три куртки: в одну – две левые варежки, в другую – две правые, а оставшуюся пару варежек – в третью куртку (левая и правая варежки отличаются). Также к каждой куртке он прикрепил по листку с надписями: «левая-левая», «правая-правая», «левая-правая», но случайно перепутал

эти листки так, что теперь каждый из них неправильно указывает набор варежек. Какое наименьшее число варежек и из каких курток надо вытащить, чтобы точно узнать наборы варежек в каждой куртке? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Одну варежку из куртки «левая-правая».

**Решение.** Вытащим одну варежку из куртки «левая-правая».

Рассмотрим случай, когда вытщенная варежка оказалась левой. Так как надпись «левая-правая» неверна, то в этой куртке лежат две левые варежки. Тогда в куртке «правая-правая» не могут быть ни две левых ни две правых варежки (так как надпись «правая-правая» неверна, и куртка с двумя левыми варежками уже найдена), значит, в ней лежат одна левая и одна правая варежки. В оставшейся куртке «левая-левая» лежат две правые варежки.

Случай, когда вытщенная варежка оказалась правой, рассматривается аналогично.

**Критерии проверки.**

Ответ «Одну варежку из куртки «левая-правая»» без обоснования – 0 баллов.

Верный ответ с описанием того, какой набор варежек какому листку соответствует, но рассмотрен только один из двух случаев (когда вынутая варежка левая или правая) – 5 баллов.

Верный ответ с описанием того, какой набор варежек какому листку соответствует, и рассмотрением всех возможных случаев – 7 баллов.

4. Можно ли с помощью песочных часов на 36 минут и 65 минут отмерить ровно 1000 минут подряд Начало промежутка в 1000 минут может не совпадать с первым запуском часов; песок сыпется равномерно, вначале в каждых часах одна из половинок должна быть пустой.

**Ответ.** Да.

**Решение.** Заметим, что  $4 \cdot 65 - 7 \cdot 36 = 8$ . Домножив это равенство на 125, получим  $500 \cdot 65 - 875 \cdot 36 = 1000$ . Значит, если запустить песочные часы одновременно, то промежуток после 875 отсчетов времени часами на 36 минут и до 500 отсчетов времени часами на 65 минут в точности будет равняться 1000 минут.

Возможны и другие решения, например, решение, основанное на равенстве  $20 \cdot (5 \cdot 36 - 2 \cdot 65) = 1000$ .

**Критерии проверки.**

Верно записано равенство вида  $36n + 65m = 1000$  при некоторых целых  $n$  и  $m$ , но нет описания алгоритма измерения 1000 минут – 6 баллов.

Верно описан алгоритм измерения 1000 минут – 7 баллов.